

Testatreihe 5D

Testat 12(II). Man integriere das Vektorfeld

$$\vec{v}(x, y, z) = (-1, 1 - z, 0)$$

über das Dreieck mit den Ecken

$$P = (-1, 0, 1)$$

$$Q = (-2, 1, 2)$$

$$R = (-2, 0, 1)$$

Das Dreieck soll so orientiert werden, dass sich R von Q aus gesehen links von P befindet.

Lösung: $-\frac{1}{6}$

Testat 13(II). Man berechne die Oberfläche der durch $(t, f(t) \cos(\phi), f(t) \sin(\phi))$ mit $0 \leq t \leq \infty$ und $0 \leq \phi \leq g(t)$ parametrisierten Fläche im \mathbb{R}^3 , wobei f und g durch

$$f(t) = 3 + \cosh(t)$$

$$g(t) = t \cdot \exp(-4 \cdot t)$$

gegeben sind

Lösung: $\frac{2357}{7200}$

Testat 1(III). Finden Sie jeweils die stärkste Aussage, die auf die nachfolgenden Funktionen f zutrifft.

A f ist auf ganz \mathbb{C} holomorph.

B f ist auf \mathbb{C} bis auf eine diskrete Teilmenge holomorph.

\mathbb{C} f ist auf einer dichten Teilmenge von \mathbb{C} holomorph.

Dabei ist es auch möglich, dass keine der Aussagen zutrifft.

$$f(z) = \exp(7 \cos(z) + z^2)$$

$$f(z) = \cos(2z) - \sin(\bar{z})$$

$$f(z) = \frac{\exp(10z) - 5}{z^2 + 19z}$$

Lösung: A, X, B

Testat 2(III). Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihe:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n^2} \cdot z^{n^2}}{2 + 2^n + n^{n^2}}$$

Lösung: ∞

Testat 3(III). Man berechne das Kurvenintegral von

$$(i + (3 - i) \cdot \Re(z) + (1 + i) \cdot \Im(z)) \cdot \exp(z) dz$$

entlang folgender Kurve: Die Strecke von 0 nach $-2 \cdot i$.

Lösung: $-3 \cdot \exp(-2 \cdot i) + 1 - 2 \cdot i$.

Testat 4(III) Entscheiden Sie, ob die folgenden Funktionen an den angegebenen Stellen eine hebbare Singularität (H), eine nicht-isolierbare Singularität (N), eine wesentliche Singularität (W) oder eine Polstelle (P) haben.

$$\log(z^2 + 4) + \frac{1}{\sinh(\pi z)}, \quad z = 2i$$

$$\exp\left(\frac{e^z - 1}{z^3}\right), \quad z = 0$$

$$\sin(\tan(1/z)^2 + e^z), \quad z = 0$$

Lösung: N, W, N

Testat 5(III). Berechnen Sie das Residuum der Funktion

$$\frac{-5 \cdot \sin(2z) - 3 \cdot z^2 + 2 \cdot z - 2 - 4 \cdot \tan(4z) - 5 \cdot \exp(-4z)}{2 \cdot \tan(5z)}$$

an der Stelle 0.

Lösung: $-\frac{7}{10}$.

Testat 6(III). Integrieren Sie

$$\frac{\exp(z^2)}{(z^4 - z^3 + z^2 - z)} dz$$

entlang der folgenden Kurve: Der Kreis mit Radius 3 und Mittelpunkt 2, mathematisch negativ durchlaufen.

Lösung: $-e^{-1}\pi \cdot i + 2 \cdot \pi \cdot i - e \cdot \pi \cdot i$.

Testat 7(III). Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihenentwicklung der Funktion

$$\frac{(\exp(z) - 1)}{((\exp(2 \cdot z) + 1) \cdot (\sin(2 \cdot z) + \cos(2 \cdot z)))}$$

im Nullpunkt.

Lösung: $\frac{\pi}{8}$.

Testat 8(III). Berechnen Sie

$$\int_0^\infty \frac{(-t - 5) \cdot \sqrt{t}}{(t^4 + 11 \cdot t^3 + 41 \cdot t^2 + 61 \cdot t + 30)} dt.$$

Lösung: $\frac{\sqrt{3}\pi}{2} - \sqrt{2}\pi + \frac{\pi}{2}$.

Testat 9(III). Berechnen Sie

$$\int_0^\infty \frac{(-t - 1) \cdot \sqrt{t}}{(t^4 + 11 \cdot t^3 + 42 \cdot t^2 + 64 \cdot t + 32)} dt.$$

Lösung: $-\frac{3\cdot\pi}{8} + \frac{\sqrt{2}\pi}{4}$.