

Übungsblatt 6

Aufgabe 1

Bestimme die Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrix,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2

Sei A die Matrix aus Aufgabe 1 und sei $\mathcal{B} = \{v, w\}$ die dort berechnete Basis (des \mathbb{R}^2) aus Eigenvektoren. Sei $B = (v \ w)$. Bestimme B^{-1} und berechne die Darstellung von A in der Matrix \mathcal{B} ,

$$A_{\mathcal{B}} := B^{-1}AB.$$

Aufgabe 3

Sei A eine $(n \times m)$ -Matrix. Der Gauß-Jordan-Algorithmus basiert auf den drei Zeilenoperationen

- 1) Multiplikation der i -ten Zeile mit $\lambda \in \mathbb{R}$, $\lambda \neq 0$,
- 2) Vertauschung der i -ten mit der j -ten Zeile und
- 3) Addition der i -ten zur j -ten Zeile.

Bestimme für alle drei Operationen jeweils die $(n \times n)$ -Matrix L , sodass $L \cdot A$ das Ergebnis der Operation ist. Bestimme jeweils die inverse Matrix L^{-1} .

Aufgabe 4

Die folgenden drei Vektoren im \mathbb{R}^4 erzeugen einen 3-dimensionalen Unterraum U . Bestimme eine Orthonormalbasis von U .

$$U = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle.$$